

数 学 問 題

(医学部医学科)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む5枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。
7. 解答用紙の裏面は計算等の下書に使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

下書用紙 (1)

下書用紙 (2)

数 学

医 1

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

- 1 p, q を実数の定数とする。3次方程式 $x^3 + px^2 + qx + 1 = 0$ が虚数解 α と $\frac{1}{\alpha}$ をもつとき、以下の問いに答えよ。
- (1) $p = q$ が成り立つことを示せ。
 - (2) 定数 p の値の範囲を求めよ。
 - (3) α の実部 s 、虚部 t について $s + 2t = -1$ が成り立つときの p の値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

医 2

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

2

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は次の条件によって定められている。

$$\text{すべての自然数 } n \text{ に対して } a_n, b_n \text{ はともに整数で, } (3 + 2\sqrt{2})^n = a_n + \sqrt{2}b_n$$

このとき以下の問いに答えよ。

(1) すべての自然数 n について $a_n^2 - 2b_n^2 = 1$ が成り立つことを証明せよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を, それぞれ求めよ。

(3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

医 3

氏 名	
-----	--

受 験 番 号	
------------	--

3 四面体 OABC は次の 2 条件を満たすとする。

1. $OA = OB = OC = 1$

2. $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ, \angle BOC = 60^\circ$

辺 BC を 1 : 2 に内分する点を M, 辺 AC を $t : (1 - t)$ に内分する点を N とおき, 線分 AM と線分 BN との交点を P とおく。ただし, t は $0 < t < 1$ を満たす実数とする。以下の問いに答えよ。

(1) \overrightarrow{AP} を $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ および t を用いて表せ。

(2) 線分 OP の長さを最小にする t の値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

4

a を正の定数, e を自然対数の底とし, $f(x) = \{x^2 - (a+1)x + 2a - 1\}e^{-x}$ とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) $x > 0$ のとき, 不等式 $e^x > \frac{x^3}{6}$ が成り立つことを証明せよ。ただし, $x > 0$ のとき不等式 $e^x > x$ が成り立つことを用いてよいとする。
- (2) 関数 $f(x)$ が $x \geq 0$ において最小値をもつように, 定数 a の値の範囲を定めよ。
- (3) $a = \frac{1}{2}$ のとき, 定積分 $\int_0^1 |f(x)| dx$ を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

医 5

氏 名	
-----	--

受 験 番 号	
------------	--

5 a, b は正の定数で $a > b$ とする。座標平面上に楕円 $C_1 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ と楕円 $C_2 : \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ がある。直線 l は楕円 C_1, C_2 のどちらにも第 1 象限で接するものとする。直線 l の方程式を $y = mx + n$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) m と n を求めよ。

(2) $a = \sqrt{3}, b = 1$ とする。楕円 C_1 と直線 l との接点の x 座標を d とおく。このとき 3 つの領域

$$y \geq \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2}, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \leq x \leq d, \quad y \leq mx + n$$

の共通部分の面積を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--